direkt proportional dem Radius der Tröpfchen und verkehrt proportional der in der Volumseinheit des Mediums enthaltenen Masse der Tropfen.“ Setzt man die Tropfenmasse in 1 cm³ gleich $K \cdot 4/3\,\pi r^3$, so wird die Trabertsche Beziehung identisch mit Gleichung (3).

2. (Zu p. 731, Abschnitt IVb 1.) Für ungeladene Nebelkerne, die durch ultraviolettes Licht in feuchter Luft gebildet werden, fand S. Sachs (Diss. Heidelberg 1910; Ann. d. Phys. **34**. p. 469. 1911) aus der zur Kondensation nötigen Übersättigung als größten Kernradius $r = 7 \cdot 10^{-7}$ cm; vgl. auch P. Lenard und C. Ramsauer, Heidelb. Ber. 1910, 31. Abh., p. 7. Diese Kerne sind anscheinend Molekelkomplexe des Gases ohne hygroskopisches Substrat und wirken unterhalb der Sättigung nicht sichtbar kondensierend. Für die großen (Langevin-) Ionen der Atmosphäre bestimmte J. A. Pollock (Phil. Mag. **29**. p. 514. 1915) aus der Beweglichkeit die Größenordnung des Ionenradius zu $2 \cdot 10^{-7}$ cm. Diese Ionen wachsen zwar mit zunehmender Luftfeuchtigkeit, kondensieren aber sichtbar erst bei Übersättigung. Die für chemisch-hygroskopische Kerne aufgestellte Gleichung (1) für die Beziehung zwischen Kerngröße und Feuchtigkeit ist daher auf diese Ionen nicht anwendbar. Die kondensierende Wirkung der Ionen ist als Oberflächenwirkung anzusehen, während bei den chemisch-hygroskopischen Kernen eine Aufnahme des kondensierten Wassers in der gesamten Kernmasse, die sich in dem Wasser löst, stattfindet.

2. *Experimenteller Nachweis der Schwereänderung, die ein auf normal geformter Erdoberfläche in östlicher oder westlicher Richtung bewegter Körper durch diese Bewegung erleidet;*

von Roland Eötvös.

§ 1. Einleitung.

Daß ein Körper bei seiner Bewegung nach Osten an Schwere abnehmen, bei einer Bewegung gegen Westen aber zunehmen müßte, ist ein unbezweifeltes Postulat der Galilei-Newtonschen Mechanik. Die Größe dieser Schwerebeschleunigungsänderung beträgt auf ein ruhendes Sonnensystem bezogen

$$\Delta g = -2\,\Omega \cos\varphi \frac{d\,y}{d\,t}, \tag{1}$$

wo Ω die Drehungsgeschwindigkeit der Erde bedeutet:

$$\Omega = \frac{2\,\pi}{T} = \frac{2\,\pi}{86164} = 0{,}000073\,,$$

φ die geographische Breite und $d\,y/d\,t$ die Geschwindigkeit, bezogen auf ein rechtwinkeliges Koordinatensystem, in welchem die Achsen X, Y, Z mit den Himmelsrichtungen Nord, Ost und lotrecht nach unten zusammenfallen.

Ein direkter Nachweis der Richtigkeit des an sich so klaren Postulats ward aber bis vor einem Vierteljahrhundert noch nicht erbracht. Einen solchen haben wir erst den tiefbegründeten Bestrebungen zu verdanken, welche zur Erkenntnis der Schwereverhältnisse auch auf hoher See führten. Und merkwürdigerweise war es ein begangener Fehler, der den richtigen Weg vorzeichnete. („Citius enim emergit veritas e falsitate, quam e confusione.“ Baco).

Prof. Heckers zwei denkwürdige Fahrten auf hoher See: die im Jahre 1901 auf dem Atlantischen Ozean, die zweite vom 23. März 1904 bis zum 8. April 1905 auf dem Indischen Ozean und dem Großen Ozean erregten das Interesse eines jeden, sich mit Fragen über Schwere beschäftigenden Fachmannes. So auch meines. Bald bemerkte ich, daß bei Berechnung der Resultate der Einfluß der Schiffsbewegung, der sich bei der sonst erreichten Genauigkeit mit gewissen im voraus berechenbaren Werten hätte fühlbar machen müssen, diesen Voraussetzungen nicht entsprach. Zur Hebung aller Zweifel ward nun die neue Durchsicht und neue Berechnung auch des älteren Beobachtungsmaterials wünschenswert. Prof. Dr. Hecker aber, an den ich mich mit der Bitte wandte, eine solche Neuberechnung zu veranlassen, tat noch ein Übriges. Es gelang seiner allen Schwierigkeiten gewachsenen Rührigkeit, die damalige kais. russ. Regierung zur Ausrüstung einer neuen Expedition zu gewinnen, und im Mai des Jahres 1908 führte er neue Fahrten und neue Messungen auf dem Schwarzen Meere aus, teilweise dieselben Wege auf der Meeresoberfläche, aber in entgegengesetzten Richtungen befahrend. Die Differenzen der Fahrtgeschwindigkeiten gegen Ost und gegen West erreichten hier nahezu 45 km pro Stunde; nach Formel (1) waren demnach die Schwerebeschleunigungsdifferenzen annähernd

$$\Delta g = 0{,}707 \cdot 0{,}000146 \frac{4\,500\,000}{3\,600} = 0{,}129\,,$$

eine Veränderung, groß genug, um schon bei den am primitivsten ausgeführten Versuchen der weiter unten festgestellten Methoden erkannt werden zu können. So wurde dann aus den scheinbaren Widersprüchen, die Heckers Beobachtungen auf hoher See wachzurufen schienen, die erste tatsächliche Bestätigung der alten Theorie gewonnen.

§ 2. Möglichkeit, den Nachweis auch bei viel kleineren Geschwindigkeiten im Laboratorium zu erbringen. Die Resonanzmethode.

Ein Blick auf Gleichung (1) zeigt uns, daß bei der Bewegung nach Osten die Schwerebeschleunigungsabnahme pro 1 cm/sec. Geschwindigkeit und 1 g Masse unter dem 45. Breitengrade $\Delta g = -0{,}000103$, also 1 Zehntausendstel der Beschleunigungseinheit in C.G.S., also etwa ein Zehnmillionstel des Körpergewichtes beträgt. Somit ist z. B. vorauszusehen, daß ein wohlgenährter Mann von 100 kg Gewicht bei seinem behäbigen Spaziergange mit 1 m Geschwindigkeit pro Sekunde auf normal geformter Erdoberfläche um

$$2 \frac{10\,000\,000}{10\,000} = 2000 \text{ C.G.S.}\,,$$

d. i. um etwa 2 g Gewicht leichter ist, wenn er nach Osten fortschreitet, als wenn er dann gegen Westen zurückkehrt. Versuche aber, die eine Herstellung gleichmäßig gerader Bewegungen erheischen, sind kaum genau zu verwirklichen, und so nehmen wir auch in diesem Falle Zuflucht zur leichter und genauer herstellbaren Kreisbewegung.

Ein Körper etwa von der Form eines an den Enden belasteten Wagebalkens soll um eine dem Schwerpunkte nahe gelegte lotrechte Achse gedreht werden. Die Massen bewegen sich daher periodisch abwechselnd nach östlicher, dann nach westlicher Richtung und den so entstehenden Schwereänderungen entsprechend müssen periodische Schwingungen auftreten, die, durch Multiplikation stets heranwachsend, einen durch die Dämpfungskraft begrenzten maximalen Grenzwert erreichen. Es ist dies der Fall erzwungener Schwingungen, wie er sich bei der Resonanz ergibt, deren Theorie von Helmholtz in seiner theoretischen Physik so meisterhaft behandelt wird.

§ 3. Größe der durch Resonanz erzielbaren maximalen Ausschläge.

Wir werden uns nun im folgenden auf den Fall eines inbezug auf drei aufeinander normale Ebenen symmetrischen Körpers beschränken, der um eine horizontal gestreckte Achse frei (etwa auf Schneiden) schwingen kann. Es seien dann a, b, c die mit dem Körper festverbundenen Koordinatenachsen, b die Richtung dieser Drehungsachse, und in der Ruhelage sei ab horizontal, c lotrecht positiv nach abwärts gerichtet.

Ferner seien X, Y, Z die Richtungskoordinaten im Weltraume, X nach Norden, Y nach Osten, Z lotrecht abwärts; ϱ_b und ϱ_c die Radien der Kreise oder deren Teile, welche ein Element dm des schwingenden Körpers um die Achse b bzw. c beschreibt, schließlich seien auch a, b, c die laufenden Koordinaten des Elementes dm in bezug auf die Achsen a, b, c.

Es mögen hier der Kürze wegen nur die aus der im einzelnen durchgeführten Theorie folgenden, *resultierenden Formeln* für kleine Schwingungen Platz finden. Der Schwereverlust dieses

Elementes dm des Schwingungskörpers ist dann laut Gleichung (1), da

$$y = \varrho_c \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \alpha\right),$$

wo α der Winkel ist, den ϱ_c mit a bildet:

$$dm\,dg = -2\,\Omega\cos\varphi\,\varrho_c \frac{d}{dt}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right) dm$$

$$= -2\,\Omega\cos\varphi\,\varrho_c \frac{2\pi}{T}\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right)\cdot dm.$$

Das hinzutretende Drehungsmoment in der lotrechten Ebene ac wird, wenn a_0 die normale Entfernung der Kraft $dm \cdot dg$ von der b-Achse bedeutet:

$$f = a_0\,dm\,dg = -2\,\Omega\cos\varphi\frac{2\pi}{T} a_0 \varrho_c\,dm\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right).$$

Das Drehungsmoment der auf den ganzen Körper wirkenden Kräfte kann nach einigen geometrischen Transformationen für kleine Schwingungen näherungsweise geschrieben werden:

$$F = \left(-\frac{4\pi}{T}\Omega\cos\varphi\int a^2\,dm\right)\cos\frac{2\pi}{T}t:$$

setzen wir

$$A = -\frac{4\pi}{T}\Omega\cos\varphi\int a^2\,dm, \tag{2}$$

so ist

$$F = A\cos\frac{2\pi}{T}t. \tag{3}$$

Nun sagt die Theorie der Resonanz, daß wenn irgendeine Vorrichtung von der Schwingungsdauer T_0' und dem Trägheitsmomente K_b einem periodischen Impulse $= A\cos\frac{2\pi}{T}t$ unterworfen wird und sich dabei dem Isochronismus $T_0' = T$ nähert, dann die Amplitude sich einem maximalen Endwert nähert, der wird

$$A_{\max} = \frac{A\,T_0'}{2\pi k K_b},$$

wo k die Dämpfungskonstante

$$k = \frac{4\log\vartheta}{T}$$

und ϑ das Verhältnis der Größe eines Ausschlages zur Größe des vorangehenden bedeutet. Dabei ist T_0' die doppelte Schwingungsdauer des Wagebalkens, wenn auf ihn außer der gewöhnlichen Erdschwere noch die Zentrifugalkraft wirken würde, die infolge der Rotation um die lotrechte Achse Z entsteht; hingegen T diejenige doppelte Schwingungsdauer, die der *ungedrehte, gedämpfte Balken* besitzt.

Weiter ist dann abgesehen vom Vorzeichen:

$$A_{\max} = \frac{T_0'}{2\pi k}\frac{4\pi}{T}\Omega\cos\varphi\frac{1}{K_b}\int a^2\,dm. \tag{4}$$

Wir suchen den Wert

$$\Omega\cos\varphi = \frac{A_{\max}\,k\,K_b}{2\int a^2\,dm} \tag{5}$$

und haben somit diesen auch durch eine gut definierbare Größe ausgedrückt.

Es stehen mir derzeit keine systematisch ausgeführten Beobachtungsresultate zur Verfügung, ich kann sie auch in krankem Zustande nicht so schnell ersetzen, doch will ich erwähnen, daß ich bei meinen Versuchen metallene Balken von ungefähr 20—30 Sekunden doppelter Schwingungsdauer benutzte, die dem zu erreichenden Zwecke Genüge leisteten.

§ 4. Wie kann der maximale Ausschlag erzwungener Schwingungen beobachtet und gemessen werden?

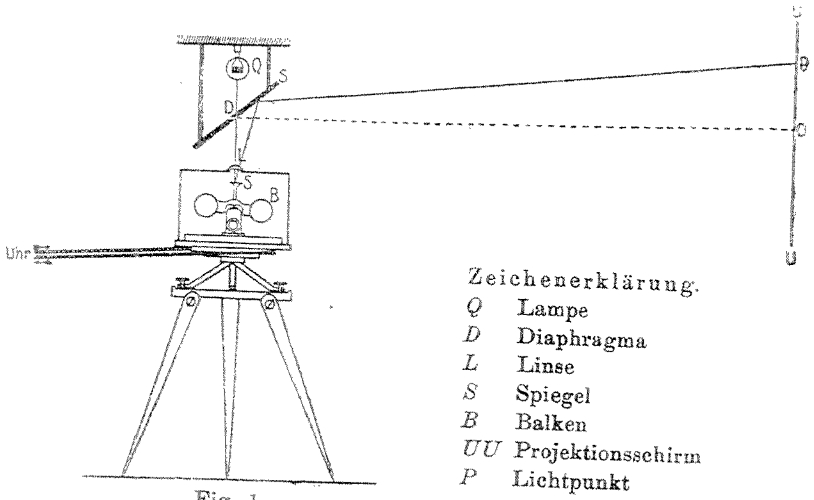
Ist die Maximalamplitude gehörig groß, erreicht sie z. B. den Wert von einigen Winkelgraden, so ist das Heranwachsen derselben bis zum erreichbaren Grenzwert schon mit freiem Auge leicht zu verfolgen. Sie kann auch mit Hilfe von Zeigern, wie an gewöhnlich gebrauchten Wagebalken, der Grenze der Meßbarkeit näher gerückt werden. Bei kleineren Ausschlägen jedoch und zur Verschärfung der Meßbarkeit wird es aber notwendig sein, auch die gebräuchlichen optischen Hilfsmittel der Winkelmessung zu verwenden. Die Erscheinung tritt dann in sehr gefälliger Form auf, die auch als Vorlesungsversuch gut verwertet werden kann.

Um Irrungen, denen wir hier unterworfen sein könnten, vorzubeugen, will ich hier besonders hervorheben, daß schon *die im Weltraume unveränderte Richtung* des um eine lotrechte Achse gedrehten Schwingungskörpers ein Beweis ihrer Schwingung ist; denn sie kann nur dann zu stande kommen, wenn sich die Kreisbewegung jedes Massenelementes mit einer entsprechenden periodischen Bewegung desselben zusammensetzt. Die durch das Drehen bewirkte Neigung des Schwingungskörpers dient dann als Maß der maximalen Amplitude.

Sehen wir uns nun die von mir gebrauchten Vorrichtungen in der Fig. 1 etwas näher an. Auf festem, Schwankungen nicht unterworfenem Unterbau wird ein dem des Theodolithen ähnliches, drehbares Gestell mit Hilfe von Stellschrauben so aufgestellt, daß seine Drehung genau um die Lotrichtung geschehe.

Die Drehung besorgt ein entsprechendes Uhrwerk.

Schwingungen des Balkens B werden dann auf folgende Art sichtbar und meßbar gemacht. Ein durch eine gut leuchtende Lampe (Q) erhelltes Diaphragma (D) wird möglichst genau in der Drehungsachse aufgestellt. Die von da ausgehenden



Zeichenerklärung.

Q	Lampe
D	Diaphragma
L	Linse
S	Spiegel
B	Balken
UU	Projektionsschirm
P	Lichtpunkt

Fig. 1.

Strahlen fallen dann durch die Linse (L) auf einen am Balken (B) befestigten Spiegel (S), werden von dort reflektiert und gehen noch einmal durch L, fallen auf die untere, versilberte Platte, werden von dort nochmals reflektiert und gelangen nach dem Punkte P des Schirmes.

Der Lichtpunkt P beschreibt dann folgende Bewegungen.

Im Falle einer ganz fehlerfreien Einstellung des reflektierenden Balkenspiegels, nämlich wenn in der Ruhelage des Balkens die Achse des Spiegels sowie auch der einfallende Lichtstrahl genau lotrecht sind, wird der Lichtpunkt P auf dem Schirme UU während *einer* Umdrehung des Balkens *zwei* gleiche, also zusammenfallende kreisförmige Schlingen be-

schreiben; Fig. 2 kann dies veranschaulichen. Während nämlich der Balken sich in dem Halbkreis I, II, III, IV, V bewegt, umkreist der Punkt P den ganzen Kreis 1, 2, 3, 4, 5.

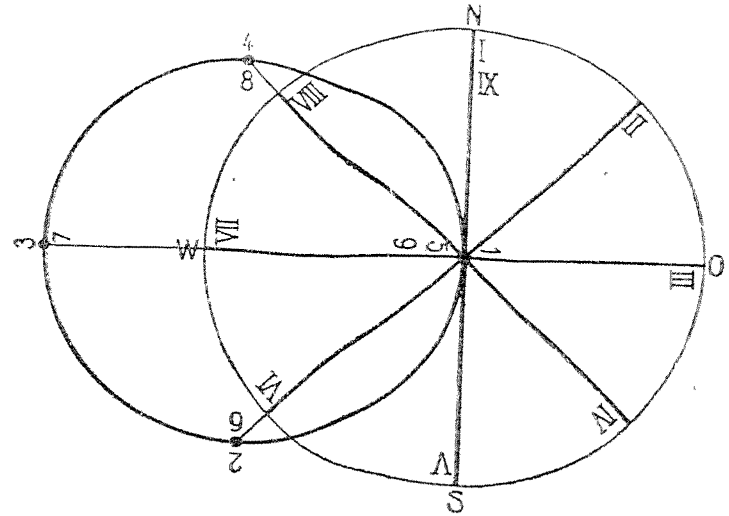


Fig. 2.

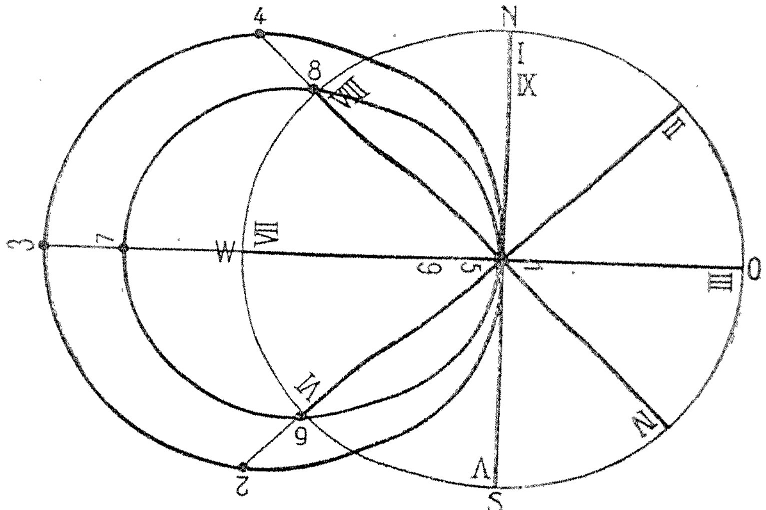


Fig. 3.

Diese vollkommene Einrichtung ist aber kaum zu erreichen und die Exzentrizität verrät sich dadurch, daß die zwei während einer Umdrehung aufeinander folgenden Schlingen ungleich werden, also sich auch trennen müssen. Der Punkt P bewegt sich längs Kurven von der Form Fig. 3. Die Erscheinung tritt so in dieser zweiten Form noch deutlicher hervor. Das Maß der Amplitude haben wir dann bei fehlerloser Einstellung in den Dimensionen der einen einzigen, bei exzentrischem Einstellen dagegen in den mittleren Dimensionen beider Schlingen zu suchen.

Genaue Daten anzugeben ist mir leider unmöglich, da ich meine Arbeiten infolge schwerer Krankheit unterbrechen mußte und, noch heute bettlägerig, sie nicht voreilig ergänzen kann. Erwähnen will ich aber doch, daß ich mit einer Umdrehungsgeschwindigkeit von zwanzig und einigen Sekunden Schwingungen erzielte, die sich auf einem um etwa 5 m entfernten Projektionsschirm durch Schlingen von 1 m Durchmesser erkennbar machten.

Eine Hauptbedingung der erfolgreichen Ausführung dieser dargelegten Methode ist die Notwendigkeit einer möglichst erschütterungsfreien Aufstellung; denn Erschütterungen, besonders wenn sie periodischer Natur wären, könnten die zu untersuchenden Schwingungen dadurch verfälschen, daß sie die gesuchten Perioden durch ihre eigenen störend beeinflußten.

Dann ist natürlich eine Hauptbedingung des Erfolges die Benutzung eines tadellosen Uhrwerkes mit kontinuierlichem Gange. Ich benutzte ein ausgezeichnetes Uhrwerk aus den Cambridger Werkstätten, das zum Betriebe astronomischer Fernrohre bestimmt war.

§ 5. **Kompensationsmethode.**

In der Gleichung (4) erhielten wir

$$A_{\max} = \frac{2\,\Omega \cos\varphi}{k\,K_b} \int a^2\,dm\,,$$

ein Ausdruck, der uns der vollen Lösung der Aufgabe wohl näher bringt, doch noch nicht völlig befriedigt. Die Definition der Dämpfungskonstante k ist nämlich durch die Gleichung

$$k = \frac{4 \log \vartheta}{T}$$

einwertig definiert, jedoch gehörte ein eigenes Studium dazu, den zu gebrauchenden Wert von $\log \vartheta$ festzustellen.

Diesem Mangel können wir durch ein Verfahren, das wir Kompensation nennen wollen, zweckentsprechend vorbeugen.

Wir können unseren schwingenden Balken auch anderen periodischen Impulsen aussetzen als den durch die Erddrehung bewirkten. Besonders eignen sich hierzu magnetische Kräfte. Auf unseren schwingenden Balken, um die Mitte desselben wollen wir einen oder zwei kleine Magnete so befestigen, daß ihre Achsen lotrecht und der Südpol nach unten gerichtet seien.

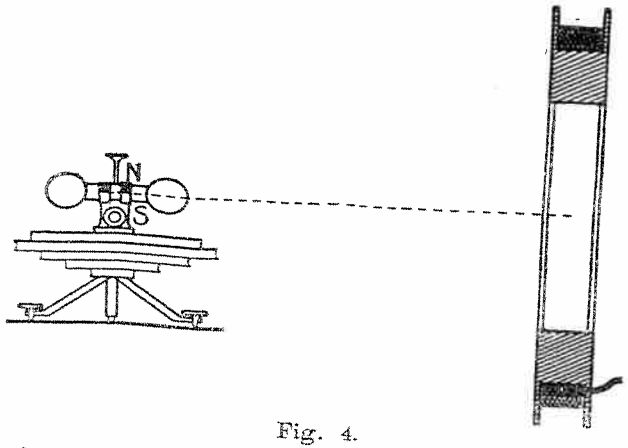


Fig. 4.

Durch einfache Superposition der zwei Wirkungen (Erddrehung, magnetische Horizontalkraft) erhalten wir dann die Amplitude

$$\mathfrak{A} = \frac{4\pi}{T}\,\Omega \cos\varphi \int a^2\,dm - h \cdot M$$

und, wenn Isochronismus $T_0' = T$ und zugleich auch Ruhe d. i. $\mathfrak{A} = 0$ wird:

$$\Omega \cos\varphi\,\frac{4\pi}{T} \int a^2\,dm = H \cdot M. \tag{6}$$

H bedeutet die im Beobachtungsraume durch Zusatz einer horizontalen Kraft Δh erzielte Gesamtkraft, nämlich $H = h + \Delta h$ und M das magnetische Moment der Magnete. Diese magnetische Zusatzkraft wird am zweckmäßigsten durch elektromagnetische Spulen wie in Fig. 4 erregt. So löst Formel (6) vollständig das von uns gestellte Problem; somit ist

$$\Omega \cos\varphi = \frac{T}{4\pi}\,\frac{1}{\int a^2\,dm}\,H \cdot M\,,$$

also das Gesuchte ausgedrückt durch gut meßbare Größen.

§ 6. Schlußbemerkungen.

Der Fachgenosse, der sich die Mühe gab, das hier Vorgetragene durchzulesen, und vielleicht auch einiges Interesse daran fand, möge mir manches entschuldigen, so besonders, warum ich meine Beobachtungen nicht mit mehr, wenn auch nur vorläufigen Daten illustriert habe. Die Art und Weise der Entstehung dieser Schrift kann dafür Aufklärung geben. Seit vier Monaten ans Bett gefesselt, konnte ich keine neuen Versuche ausführen. Mit der Publikation des bisher Erreichten konnte ich jedoch nicht länger warten. Am 10. Mai 1917 führte ich nämlich der in meinem Hörsaale versammelten Ung. Mathematischen und Physikalischen Gesellschaft den beschriebenen Versuch, begleitet von kurzen mündlichen Erklärungen, vor.

Einige Tage nachher besuchte mich Hr. Desiderius Korda, Dozent am Polytechnikum in Zürich, und bat mich, mit dem Versuch die Schweizerische Geophysikalische Gesellschaft bekannt machen zu dürfen. Tatsächlich zeigte er dann auch heranwachsende Amplituden seines Balkens.[1]) Hr. Dozent Korda tat aber noch ein Übriges. Unter dem Titel: „Relations entre les expériences d' Eötvös et de Foucault concernant la rotation de la Terre"[2]) veröffentlichte er Betrachtungen, deren Ziel und Zweck ich nicht recht verstehe. Es steht mir aber ferne, mich zugleich mit meiner Publikation in eine Polemik einzulassen.

Eines kann ich aber zum Schlusse doch nicht unterlassen; ich will meinem lieben Kollegen Hrn. Prof. I. Fröhlich meinen wärmsten Dank aussprechen für die Hilfe, die er mir, dem kranken Manne, besonders in der Zusammenstellung der komplizierteren Formeln des § 3 angedeihen ließ. Und nicht nur der älteren, auch der jüngeren Freunde sei hier dankend Erwähnung getan, so vor allem des Hrn. Eugen Fekete, der bei der Zeichnung, der Herstellung der Figuren und dieser Abhandlung im ganzen mir sehr große Hilfe leistete.

Budapest, 31. März 1919.

1) D. Korda, Extrait des Archives des Sciences Physiques et Naturelles. Genève, Novembre t. XLIV. p. 369—370. 1917.

2) Extrait des Communication de la Société Suisse de Physique, Decembre 1918. p. 338—340.

(Eingegangen 7. April 1919.)

3. Über die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von Gasen; von Hans Riegger.

Die Abweichungen von der Clausius-Mossottischen Formel, welche eine Reihe von Dielektrika bei Temperaturänderungen aufweisen, waren Ursache zur Aufstellung neuerer Theorien über dielektrische Körper.

Unter der Voraussetzung, daß im Innern der Moleküle außer Verschiebungselektronen auch fertige elektrische Dipole vorhanden sind, vermag Hr. Debye[1]) eine Abnahme des charakteristischen Ausdrucks $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{1}{\varrho}$ mit steigender Temperatur zu erklären.

Durch Annahme von Elektronen, welche unsymmetrisch an ihre Ruhelage gebunden sind, suchen Hr. Boguslawski[2]) und Czukor[3]) der Erfahrung gerecht zu werden.

Um weiteres empirisches Material zu schaffen, habe ich in Danzig im Frühjahr 1914 auf Anregung von Hrn. Prof. Dr. Krüger eine ursprünglich umfangreicher gedachte Experimentaluntersuchung begonnen. Aus äußeren Gründen mußte dieselbe aber schon bald abgebrochen werden. Ich möchte im folgenden die bisherigen Resultate mitteilen, da eine Fortsetzung meinerseits nicht in Aussicht steht. Inzwischen ist eine Arbeit von Hrn. Jona[4]) über denselben Gegenstand erschienen. Er mißt bei höherer Temperatur im allgemeinen bei anderen Gasen und relativ kleinerem Temperaturunterschied. Sein Resultat für Luft ist dasselbe wie hier, für Kohlensäure etwas verschieden.

Zunächst wurden nur gasförmige Dielektrika untersucht

1) P. Debye, Phys. Zeitschr. 13. p. 97. 1912.
2) S. Boguslawski, Phys. Zeitschr. 15. p. 283. 1914.
3) K. Czukor, Verh. d. D. Phys. Ges. 17. p. 73. 1916.
4) M. Jona, Phys. Zeitschr. 20. p. 14. 1919.